

Голові спеціалізованої вченої ради
ДФ 20 051.089
Прикарпатського національного
університету імені Василя Стефаника
доктору фізико-математичних наук,
професору Шарину Сергію Володимировичу
(76018, м. Івано-Франківськ,
вул. Шевченка, 57)

РЕЦЕНЗІЯ

доктора фізико-математичних наук, професора, професора кафедри математичного і функціонального аналізу Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника **Дмитришина Романа Івановича** на дисертаційну роботу **Василишин Світлани Ігорівни** «Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах, породжені зліченною множиною твірних елементів», подану на здобуття ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика

Дисертаційна робота присвячена дослідженню алгебр аналітичних функцій обмеженого типу, які породжені зліченною кількістю однорідних поліномів на комплексних банахових просторах. Тематика дисертаційного дослідження знаходиться на перетині нелінійного функціонального аналізу, теорії аналітичних функцій на банахових просторах та теорії комутативних топологічних алгебр. Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах вивчалися у роботах Ж. Мухіки, Т. Гамеліна, Ш. Дініна, Б. Коула, Т. Корна, Р. Арона, П. Галіндо, Д. Гарсії, М. Маестре, Х. Харамілло, А. Загороднюка, І. Чернеги, Т. Василишина, В. Кравців та інших.

Важливою задачею при дослідженні алгебр Фреше є опис спектра (множини нетривіальних неперервних комплекснозначних гомоморфізмів або так званих характерів) алгебри. Завдяки перетворенню Гельфанда елементи алгебри Фреше можна зобразити у вигляді неперервних функцій на спектрі, а саму алгебру Фреше – як підалгебру алгебри всіх неперервних функцій на спектрі. Якщо ж додатково вдається ввести на спектрі структуру аналітичного многовиду, то природно виникає питання про такі додаткові властивості функції на спектрі, яка є результатом перетворення Гельфанда, як диференційовність.

Вивчення спектрів алгебр аналітичних функцій обмеженого типу почалося з робіт Б. Коула, Т. Гамеліна та Т. Корна. Питання про опис спектру алгебри цілих аналітичних функцій обмеженого типу $H_b(X)$ на комплексному банаховому просторі X було поставлено в роботах Р. Арона, Б. Коула та Т. Гамеліна. Дослідження комплексних гомоморфізмів алгебри $H_b(X)$ було продовжено у статтях Ж. Мухіки, П. Галіндо, М. Маестре, Ш. Дініна, Д. Гарсія, Т. Корна, А. Загороднюка та інших. В результаті, у багатьох випадках, можна описати

множину комплексних гомоморфізмів алгебри $H_b(X)$ як аналітичний многовид над другим спряженим простором X' . Інший підхід до опису спектру алгебри $H_b(X)$ дозволяє поставити у відповідність кожному комплексному гомоморфізму алгебри $H_b(X)$ послідовність функціоналів вигляду δ_x – «значення» в точці x , де x можна вибрати з другого спряженого простору до проєктивного тензорного степеня простору X . Проте в загальному випадку спектр алгебри $H_b(X)$ може мати дуже складну структуру. Тому є сенс розглянути деякі менші підалгебри аналітичних функцій алгебри $H_b(X)$, щоб мати можливість отримати повний і точний опис їхніх гомоморфізмів.

У даній дисертаційній роботі продовжено дослідження властивостей підалгебр алгебри Фреше $H_b(X)$, породжених зліченими множинами однорідних поліномів на комплексних банахових просторах, їх спектрів, алгебраїчних базисів в цих алгебрах, умов еквівалентності базисів, умов ізоморфності різних зліченно-породжених алгебр аналітичних функцій.

Таким чином, вважаю, що тема дисертаційного дослідження є актуальною.

Результати дисертаційного дослідження опубліковано у 18 працях, серед яких 5 журнальних статей у фахових міжнародних виданнях, що входять до наукометричних баз даних Scopus та Web of Science, та 13 тез доповідей у матеріалах міжнародних та всеукраїнських наукових конференцій.

Зміст роботи. Дисертація Василюшин С. І. складається з анотації, вступної частини та п'яти розділів, загальних висновків, списку використаних літературних джерел та додатку, який містить список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації.

У першому розділі роботи здійснено огляд літератури за темою дисертаційного дослідження та подано необхідний теоретичний матеріал.

У другому розділі дисертанткою узагальнено теорему про обчислення радіус-функції лінійного функціонала для підалгебри алгебри Фреше всіх цілих функцій обмеженого типу $H_b(X)$ на комплексному банаховому просторі X такої, що для кожної функції, яка належить цій підалгебрі, усі члени її ряду Тейлора теж належать підалгебрі. Також описано деякі властивості підалгебри алгебри $H_b(X)$, породженої зліченною множиною однорідних поліномів P на комплексному банаховому просторі X .

Третій розділ присвячений опису спектрів алгебр цілих функцій обмеженого типу, породжених зліченими множинами поліномів на деяких просторах послідовностей, та дослідженню операцій, які здійснюються на цих спектрах.

У четвертому розділі досліджено умови ізоморфності різних зліченно-породжених алгебр аналітичних функцій на комплексних банахових просторах. Побудовано ізоморфізм алгебри цілих симетричних функцій обмеженого типу на комплексному банаховому просторі $L_\infty[0,1]$ та алгебри усіх цілих функцій обмеженого типу, породженої зліченною множиною однорідних поліномів на комплексному банаховому просторі ℓ_∞ .

У п'ятому розділі досліджено алгебраїчні базиси в алгебрі поліномів, породженій зліченною множиною неперервних алгебраїчно незалежних комплекснозначних n -однорідних поліномів одиничної норми на комплексному

банаховому просторі X , та умови еквівалентності цих базисів. Побудовано приклад зліченно-породженої алгебри, в якій усі нормовані алгебраїчні базиси однорідних поліномів є еквівалентними.

Усі результати дисертаційної роботи є новими та достовірними, що забезпечується повними математичними доведеннями усіх результатів, наведених у дисертації.

Результати, отримані в дисертаційній роботі носять теоретичний характер. Вони можуть бути використані в теорії аналітичних функцій на банахових просторах та теорії алгебр Фреше. Ці результати знайдуть застосування у наукових дослідженнях, які проводяться у Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника, Інституті прикладних проблем механіки і математики імені Я. С. Підстригача НАН України та інших наукових установах і вищих навчальних закладах України.

Під час виконання дисертації аспірантка дотримувалася принципів академічної доброчесності. За результатами перевірки та аналізу матеріалів дисертації не було виявлено ознак академічного плагіату, фабрикації, фальсифікації.

Зауваження до змісту та тексту дисертації:

1. У реченні «Оскільки дана функція f належить алгебрі $H_b(\ell_1)$, то радіус рівномірної збіжності функції f є рівним нескінченності» на ст. 85 замість словосполучення «є рівним нескінченності» слід використовувати словосполучення «дорівнює нескінченності».
2. У словосполученні «ряду, що відповідає функції» на ст. 96 має бути уточнення: «ряду Тейлора, що відповідає функції».
3. У реченні «З теореми 1 випливає наступний наслідок» на ст. 97 є описка. Має бути «З теореми 3.6 випливає наступний наслідок».
4. Замість словосполучення «представлений у вигляді» на ст. 72 та на ст. 90 слід використовувати словосполучення «зображений у вигляді» або «поданий у вигляді».

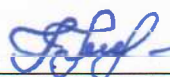
Однак, зазначені вище зауваження не є суттєвими і не впливають на загальну позитивну оцінку дисертації Василюшин С. І. та не стосуються висновків та наукових положень, які формують наукову новизну отриманих результатів.

Дисертаційна робота Василюшин Світлани Ігорівни «Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах, породжені зліченною множиною твірних елементів» є завершеним науковим дослідженням в рамках поставлених мети і завдань, виконане дисертанткою особисто. Вона свідчить про достатній рівень наукової підготовки її авторки. Робота містить обґрунтовані та достовірні висновки і пропозиції. Підсумовуючи усе вище викладене, вважаю, що дисертаційна робота «Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах, породжені зліченною множиною твірних елементів» за змістом, структурою, оформленням та кількістю публікацій повністю відповідає вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» (зі змінами), «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради

закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44 (зі змінами від 21.03.2022 р. №341), а її авторка, Васишин Світлана Ігорівна, заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Рецензент:

доктор фізико-математичних наук,
професор, професор кафедри
математичного і функціонального аналізу
Прикарпатського національного
університету імені Василя Стефаника

 Роман ДМИТРИШИН

