

Голові спеціалізованої вченої ради  
ДФ 20 051.089  
Прикарпатського національного  
університету імені Василя Стефаника  
доктору фізико-математичних наук,  
професору Шарину Сергію Володимировичу  
(76018, м. Івано-Франківськ,  
вул. Шевченка, 57)

### РЕЦЕНЗІЯ

кандидата фізико-математичних наук, доцента, доцента кафедри математичного  
і функціонального аналізу Прикарпатського національного університету імені  
Василя Стефаника **Кравців Вікторії Василівни**  
на дисертаційну роботу **Василишин Світлани Ігорівни**  
**«Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах, породжені  
зліченною множиною твірних елементів»**, подану на здобуття  
ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика  
за спеціальністю 111 Математика

**Актуальність теми.** Дисертаційна робота присвячена дослідженню алгебраїчних базисів алгебр неперервних поліномів, визначених на комплексних банахових просторах, опису спектрів алгебр Фреше аналітичних функцій, породжених вказаними підалгебрами поліномів та вивченню умов, за яких такі алгебри Фреше ізоморфні.

Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах та їх спектри досліджувалися у роботах Л. Нахбіна, Т. Гамеліна, Т. Корна, Б. Коула, Ж. Мухіки, Р. Арона, П. Галіндо, Д. Гарсії, М. Маестре, Х. Харамілло, А. Загороднюка, І. Чернеги, Т. Василишина та інших.

Важливу роль в описі спектра (множини усіх неперервних комплекснозначних лінійних мультиплікативних функціоналів) алгебри відіграє наявність алгебраїчного базису, оскільки кожний неперервний лінійний мультиплікативний функціонал однозначно визначається своїми значеннями на елементах алгебраїчного базису. У загальному випадку проблема опису спектрів алгебр зі зліченими алгебраїчними базисами не є розв'язаною. Проте, варто зауважити, що існування скінченного або зліченного алгебраїчного базису у деяких алгебрах симетричних неперервних поліномів дало можливість отримати деяку інформацію або навіть описати спектри топологічних алгебр симетричних аналітичних функцій, які містять алгебру симетричних неперервних поліномів як щільну підалгебру. Наприклад, Т. Василишин, П. Галіндо та А. Загороднюк у своїй роботі 2017 року побудували злічений алгебраїчний базис однорідних поліномів алгебри симетричних неперервних комплекснозначних поліномів на комплексному банаховому просторі  $L_\infty$  усіх комплекснозначних вимірних за Лебегом суттєво обмежених функцій на відрізку  $[0,1]$ . Цей результат дав можливість описати спектр алгебри Фреше  $H_{bs}(L_\infty)$  симетричних аналітичних цілих функцій, які є обмеженими на обмежених підмножинах простору  $L_\infty$ , і зобразити дану алгебру як алгебру

аналітичних функцій на спектрі. У роботах Т. Василичина 2018 та 2020 років було також побудовано алгебраїчні базиси алгебр симетричних неперервних поліномів на декартових степенях комплексних банахових просторів  $L_p[0,1]$  та  $L_p[0,+\infty)$  усіх комплекснозначних інтегровних за Лебегом у степені  $p$  функцій на відрізку  $[0,1]$  та на півосі  $[0,+\infty)$  відповідно, де  $1 \leq p < \infty$ . Ці результати дали можливість представити алгебри Фреше симетричних цілих аналітичних функцій обмеженого типу на цих декартових степенях як алгебри Фреше цілих аналітичних функцій на їх спектрах.

Як було зазначено вище, у багатьох випадках алгебри симетричних аналітичних функцій відносно групи симетрій є породжені зліченною множиною однорідних поліномів. Тому є сенс вивчати алгебри, породжені послідовністю алгебраїчно незалежних поліномів (зліченно-породжені алгебри) у загальному випадку. У даній дисертаційній роботі продовжено дослідження зліченно-породжених алгебр аналітичних функцій обмеженого типу та їх спектрів на деяких комплексних банахових просторах послідовностей. Таким чином, вважаю, що тема дисертаційної роботи є актуальною.

**Аналіз змісту роботи.** За змістом дисертація Василичин Світлани Ігорівни «Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах, породжені зліченною множиною твірних елементів», представлена на здобуття наукового ступеня доктора філософії, повністю відповідає спеціальності 111 Математика.

Дисертація складається з анотації, вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел, що містить 113 найменувань, і додатка, який містить список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації.

У першому розділі дисертаційної роботи розглянуто основні теоретичні відомості про поліноми, аналітичні функції на банаховому просторі, алгебри та їхні спектри і здійснено огляд літератури за темою дисертаційного дослідження.

У другому розділі дисертаційного дослідження розглянуто алгебри, породжені зліченими множинами поліномів на комплексних банахових просторах. Доведено, що алгебра  $H_{bp}(X)$  цілих функцій обмеженого типу, породжена зліченною множиною неперервних алгебраїчно незалежних однорідних поліномів  $P$ , є алгеброю Фреше і досліджено загальний вигляд її елементів. Також встановлено оцінку зверху для послідовності значень характеристик зі спектру алгебри  $H_{bp}(X)$  на множині поліномів  $P$  і досліджено умови ізоморфізму алгебр, породжених зліченими множинами однорідних поліномів.

У третьому розділі дисертації досліджено спектри алгебр Фреше цілих функцій обмеженого типу, породжених зліченими множинами однорідних поліномів на деяких комплексних банахових просторах послідовностей та операції на цих спектрах.

У четвертому розділі роботи досліджено умови ізоморфізму топологічних алгебр цілих функцій обмеженого типу, породжених зліченими множинами неперервних алгебраїчно незалежних  $n$ -однорідних поліномів одиничної норми на комплексних банахових просторах. Доведено, що алгебра Фреше  $H_{bs}(L_\infty)$  симетричних аналітичних цілих функцій, які є обмеженими на обмежених

підмножинах простору  $L_\infty$ , є ізоморфною до алгебри усіх цілих функцій обмеженого типу, породженої деякою зліченною множиною однорідних поліномів на комплексному банаховому просторі  $\ell_\infty$ .

У п'ятому розділі дисертаційного дослідження описано алгебраїчні бази в алгебрі усіх поліномів, які є алгебраїчними комбінаціями неперервних алгебраїчно незалежних комплекснозначних  $n$ -однорідних поліномів одиничної норми на комплексному банаховому просторі  $X$ .

**Наукова новизна та практичне значення отриманих результатів.** Дисертаційна робота містить нові та оригінальні результати в теорії аналітичних функцій на банахових просторах та нелінійному функціональному аналізі. Робота має теоретичний характер. Її результати можуть бути використані в теорії аналітичних функцій на банахових просторах, теорії алгебр Фреше, теорії поліномів на банахових просторах. Крім того, результати дослідження можуть бути включені у спецкурс для аспірантів «Спектри топологічних алгебр».

**Ступінь обґрунтованості та достовірності положень, висновків і рекомендацій, сформульованих в дисертації.** Усі результати дисертаційного дослідження є строго обґрунтованими. Основні теореми і твердження чітко сформульовані, до них наведені повні доведення, що забезпечує достовірність основних положень та висновків дисертаційної роботи.

**Апробація результатів дисертації і публікації.** Основний зміст дисертації висвітлено в 5 наукових статтях у фахових журналах, які індексуються наукометричними базами Scopus та/або Web of Science та апробовано на 13 міжнародних та всеукраїнських конференціях, наукових семінарах.

**Відсутність порушення академічної доброчесності.** Аналіз тексту дисертації та публікацій авторки за темою дисертації свідчить про відсутність ознак порушення нею вимог академічної доброчесності. У дисертаційній роботі і публікаціях авторки наявні посилання на джерела інформації у разі використання ідей чи результатів інших авторів. У дисертаційній роботі Василюшин С. І. не виявлено ознак академічного плагіату.

**Зауваження до змісту та тексту дисертації:**

1. Було б більш інформативно речення «Очевидно, що  $k(j) \in \mathbb{N}$ » на ст. 72 та на ст. 74 записати у вигляді «Очевидно, що  $k(j)$  є скінченним».
2. На ст. 77 між словосполученнями «є функціоналом обчислення» та «у деякій точці простору» пропущено слово «значення».
3. У багаторядкових рівностях на ст. 82, 84, 86 - 89 та 91 пропущено знаки рівності в кінцях рядків.
4. До переліку умовних позначень слід було включити позначення відображень  $\beta_p$  та  $\nu$  на сторінках 61 та 80 відповідно. Це, на мою думку, полегшило б читання роботи.
5. На ст. 98 у реченні «Враховуючи неперервність оператора  $J_{+c}$  і [26], маємо наступний наслідок» має бути «[26, теорема 3.2]».

Проте серед цих недоліків немає жодного суттєвого, отже, вони не можуть вплинути на загальну позитивну оцінку роботи.

**Висновки.** Дисертаційна робота Васишин Світлани Ігорівни «Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах, породжені зліченною множиною твірних елементів» є завершеною самостійною працею з оригінальним авторським дослідженням, яке повністю задовольняє усім вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» (зі змінами), «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44 (зі змінами від 21.03.2022 р. №341), а її авторка, Васишин Світлана Ігорівна, заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

**Рецензент:**

кандидат фізико-математичних наук, доцент,  
доцент кафедри математичного і функціонального  
аналізу Прикарпатського національного  
університету імені Василя Стефаника



Вікторія КРАВЦІВ

ПІДПИС Кравців В.  
**ЗАСВІДЧУЮ**  
Начальник відділу кадрів  
СМШКО Орест СМІШКО  
« 11 » 01 2024 р.

