

Голові спеціалізованої вченої ради
ДФ 20 051.129
Прикарпатського національного
університету імені Василя Стефаника
доктору фізико-математичних наук,
професору Дмитришину Роману Івановичу
(76018, м. Івано-Франківськ,
вул. Шевченка, 57)

РЕЦЕНЗІЯ

доктора фізико-математичних наук, професора,
проректора з науково-педагогічної роботи
Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника
Шарина Сергія Володимировича
на дисертаційну роботу **Чоп'юка Юрія Юрійовича**
«Аналіз в кільцях мультимножин, породжених алгебрами
суперсиметричних поліномів на банахових просторах»,
подану на здобуття ступеня доктора філософії
в галузі знань 11 Математика та статистика
за спеціальністю 111 Математика

Дисертаційна робота присвячена дослідженню алгебраїчних структур, що породжуються алгебрами суперсиметричних та ω_n -симетричних поліномів на комплексних банахових просторах. Тематика дисертаційного дослідження лежить на перетині нелінійного функціонального аналізу, теорії аналітичних функцій на банахових просторах та теорії алгебраїчних структур. Алгебри аналітичних функцій на банахових просторах вивчалися у працях Р. Арона, П. Галіндо, А. Загороднюка, І. Чернеги, Т. Василюшина, С. Василюшин, В. Кравців та інших.

Актуальність теми дисертації зумовлена кількома чинниками. По-перше, симетричні й суперсиметричні поліноми залишаються одним із центральних об'єктів сучасного нелінійного функціонального аналізу, а опис спектрів алгебр аналітичних функцій на банахових просторах у багатьох випадках досі не завершений. По-друге, мультимножини – формалізовані невпорядковані набори з повтореннями – природно виникають у низці математичних і прикладних задач, а також множини мультимножин можна розглядати як природні області визначення симетричних поліномів. Одержані результати мають також потенційний інтерес для криптографії, де складні скінченні алгебраїчні структури використовують для побудови стійких схем шифрування. Отже, дослідження відповідає актуальним тенденціям розвитку алгебри та функціонального аналізу й водночас відкриває прикладні перспективи. Тому вважаю, що тематика дисертаційного дослідження є актуальною.

Результати дисертаційного дослідження опубліковано у семи наукових працях, серед яких три журнальних статті у фахових міжнародних виданнях, що входять до наукометричних баз даних Scopus та/або Web of Science, 3 тези доповідей та одна стаття у матеріалах міжнародних наукових конференцій.

Дисертація складається зі вступу, п'яти розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел (60 найменувань) та додатка, що містить перелік публікацій автора і відомості про апробацію результатів. Структура дисертації логічна і відповідає меті та поставленим завданням, забезпечуючи цілісність і послідовність викладу матеріалу.

У вступі чітко обґрунтовано актуальність обраної теми, показано зв'язок роботи з науково-дослідними проєктами, сформульовано об'єкт, предмет, мету та завдання дослідження, окреслено застосовані методи. Виділено наукову новизну і практичне значення отриманих результатів, зазначено особистий внесок здобувача, наведено відомості про публікації та апробацію основних результатів.

У розділі 1 здійснено огляд літератури за тематикою дисертації та викладено необхідні теоретичні основи дослідження.

У розділі 2 детально проаналізовано кільце мультимножин $\mathcal{M}^{\omega_2}$ та його «ціле» підкільце Z^{ω_2} . Встановлено ізоморфізм Z^{ω_2} з кільцями поліномів та скінченних сум Діріхле. Введено та досліджено скінченні фактор-кільця $Z_{(p,q)}^{\omega_2}$, зокрема узагальнено малу теорему Ферма для мультичисел.

У розділі 3 здійснено розширення кільця $\mathcal{M}^{\omega_2}$ шляхом додавання уявної одиниці, внаслідок чого побудовано нове кільце $\mathcal{M}^{\omega_4}$.

У розділі 4 узагальнено попередні результати на випадок ω_n -симетрії. Запроваджено ω_n -симетричні поліноми, досліджено їх базиси та твірні функції, описано породжені ними кільця $\mathcal{M}^{\omega_n}$ та Z^{ω_n} , показано, що Z^{ω_n} є областю цілісності для простого n та для $n = 4$, а також наведено алгоритм факторизації елементів на незвідні множники.

У розділі 5 запропоновано криптографічний протокол, що використовує властивості кілець $Z_{(p,q)}^{\omega_2}$, і окреслено деякі продовження результатів на континуальний випадок.

Наукова новизна дисертаційної роботи полягає в тому, що всі отримані та описані вище результати є новими. Наукові результати належним чином обґрунтовані і підтверджені строгими математичними доведеннями, наведеними в тексті дисертації. Висновки дисертанта аргументовані, логічно впливають із проведених досліджень.

Отримані результати носять передусім теоретичний характер. Тим не менш, запропонований криптографічний протокол демонструє потенціал застосування розробленого апарату кілець мультимножин у сфері захисту інформації. Отримані результати вже знаходять відгук у наукових дослідженнях, що проводяться в Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника, Інституті прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, та можуть бути впроваджені в інших науково-дослідних установах і закладах вищої освіти.

Під час виконання дисертації здобувач дотримувався принципів академічної доброчесності. За результатами перевірки та аналізу тексту роботи не виявлено жодних ознак академічного плагіату, фабрикації чи фальсифікації.

Зауваження до змісту та тексту дисертації:

- у попередніх відомостях доцільно було б опустити детальний вивід формул Ньютона-Жирара;
- до означень 1.19 – 1.22 та 1.28 не подано посилань на джерело;
- вважаю, що на ст. 69 некоректно використовувати фразу «скінченні ряди Діріхле», її доцільно замінити, наприклад, на «скінченні суми Діріхле»;
- варто було поширити результат, отриманий у підрозділі 2.3, на випадок кільця Z^{ω_n} .

Наведені зауваження мають технічно-редакційний характер, можуть бути легко виправлені та не знижують загальної цінності отриманих результатів та позитивної оцінки дисертації Ю.Ю. Чоп'юка.

Дисертаційна робота Чоп'юка Юрія Юрійовича «Аналіз в кільцях мультимножин, породжених алгебрами суперсиметричних поліномів на банахових просторах» є завершеним самостійним науковим дослідженням. Виконана робота свідчить про добрий рівень наукової підготовки здобувача, а результати роботи відзначаються обґрунтованістю та достовірністю.

Підсумовуючи викладене, вважаю, що рецензована дисертаційна робота за змістом, структурою, оформленням та кількістю публікацій повністю відповідає вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12.01.2017 р. «Про затвердження вимог до оформлення дисертації» (зі змінами), «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 р. № 44 (зі змінами). Автор дисертації, Чоп'юк Юрій Юрійович, заслуговує на присудження наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Доктор фізико-математичних наук, професор,
проректор з науково-педагогічної роботи
Прикарпатського національного університету
імені Василя Стефаника

Сергій ШАРИН