

**Рішення**  
**разової спеціалізованої вченої ради**  
**про присудження ступеня доктора філософії**

Здобувач ступеня доктора філософії Юрій ЧОП'ЮК, 1998 року народження, громадянин України, освіта вища: закінчив у 2020 році ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника" за спеціальністю «Математика»; працює на посаді заступника декана із викладацької діяльності факультету комп'ютерних наук Київської школи економіки з 1 січня 2025 року, м. Київ, виконав акредитовану освітньо-наукову програму Математика.

Разова спеціалізована вчена рада ДФ 20.051.129, утворена наказом № 267 т. в. о. ректора Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника Міністерства освіти і науки України, м. Івано-Франківськ, від 03 квітня 2025 року, у складі:

Голови разової спеціалізованої вченої ради – Романа ДМИТРИШИНА – доктора фізико-математичних наук, професора, професора кафедри математичного і функціонального аналізу Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Рецензентів – Сергія ШАРИНА – доктора фізико-математичних наук, професора, проректора з науково-педагогічної роботи Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника;  
Тараса ГОЯ – кандидата фізико-математичних наук, доцента, доцента кафедри диференціальних рівнянь та прикладної математики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Офіційних опонентів – Тараса БАНАХА – доктора фізико-математичних наук, професора, завідувача кафедри алгебри, топології та основ математики Львівського національного університету імені Івана Франка;  
Володимира ГЛАДУНА – кандидата фізико-математичних наук, доцента, заступника директора з науково-педагогічної роботи Інституту прикладної математики та фундаментальних наук Національного університету "Львівська політехніка".

на засіданні 29 травня 2025 року прийняла рішення про присудження ступеня доктора філософії з галузі знань 11 Математика та статистика Юрію ЧОП'ЮКУ на підставі публічного захисту дисертації «Аналіз в кільцях мультимножин, породжених алгебрами суперсиметричних поліномів на банахових просторах» за спеціальністю 111 Математика.

Дисертацію виконано у Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника Міністерства освіти і науки України, м. Івано-Франківськ.

Науковий керівник: Тарас ВАСИЛИШИН, доктор фізико-математичних наук, професор, Прикарпатський національний університет імені Василя професор кафедри математичного і функціонального аналізу.

Дисертацію подано у вигляді спеціально підготовленого рукопису.

Наукова новизна дисертаційного дослідження зумовлена поставленими завданнями та результатами їх розв'язання. У науковій роботі вперше:

- встановлено ізоморфізм  $\Psi$  між кільцем цілих мультичисел  $\mathcal{Z}^{\omega_2}$  та кільцем скінченних рядів Діріхле  $D_0(Z)$ , а також досліджено властивості ізоморфізму  $\Psi \circ \nu^{-1}$  між кільцем поліномів  $Z[C^\infty]$  та  $D_0(Z)$ ;

- досліджено умови розв'язності алгебраїчних рівнянь у  $\mathcal{M}^{\omega_2}(K)$ , де  $K$  – замкнена щодо множення підмножина комплексного лінійного простору;

- доведено, що множина класів еквівалентності  $\mathcal{Z}_{(p,q)}^{\omega_2}$  по модулю  $(p, q)$  утворює комутативне кільце з одиницею для  $p, q > 1$ ; доведено що потужність кілець  $\mathcal{Z}_{(p,q)}^{\omega_2}$  рівна  $p^{q-1}$  та встановлено, що відображення  $\mathcal{I}_{(p,q)}: \mathcal{Z}^{\omega_2} \rightarrow \mathcal{Z}_{(p,q)}^{\omega_2}$  є кільцевим гомоморфізмом;

- досліджено дільники нуля, оборотні та нільпотентні елементи в кільцях  $\mathcal{Z}_{(p,q)}^{\omega_2}$  залежно від параметрів  $p$  і  $q$ , а також узагальнено малу теорему Ферма для мультичисел у  $\mathcal{Z}_{(p,p)}^{\omega_2}$ ; розроблено протокол шифрування та дешифрування, використовуючи елементи кілець  $\mathcal{Z}_{(p,p)}^{\omega_2}$ ;

- побудовано кільце  $\mathcal{M}^{\omega_4}$  як узагальнення кільця  $\mathcal{M}^{\omega_2}$  шляхом введення «зовнішньої» уявної одиниці  $\mathcal{I}$  та досліджено основні властивості елементів кільця  $\mathcal{M}^{\omega_4}$ ; побудовано ізоморфізм між кільцем  $\mathcal{M}^{\omega_4}$  та кільцем матриць  $M_2^0(\mathcal{M}^{\omega_2})$  та встановлено одну з умов оборотності елементів у  $\mathcal{M}^{\omega_4}$ ;

- введено поняття  $\omega_n$ -симетричних поліномів на банахових просторах  $\ell_1(N_{\omega_n})$  та продовжено операції симетричного додавання і симетричного множення на цих просторах; доведено, що поліноми  $\Omega_k^{(n)}$  (для  $k \in N$ ) утворюють алгебраїчний базис у алгебрі  $\omega_n$ -симетричних поліномів  $\mathcal{P}_s(\ell_1(N_{\omega_n}))$  для кожного  $n$ , а також отримано узагальнені формули Ньютона, що пов'язують елементарні, повні та степеневі симетричні поліноми, і описано твірні функції для цих алгебр;

- побудовано кільця мультимножин  $\mathcal{M}^{\omega_n}$ , породжене алгебрами  $\omega_n$ -симетричних поліномів, визначено їх алгебраїчні властивості, досліджено кільця цілих мультичисел  $\mathcal{Z}^{\omega_n}$  як підкільця  $\mathcal{M}^{\omega_n}$ ; доведено, що  $\mathcal{Z}^{\omega_n}$  є областю цілісності для простих  $n$  і для  $n = 4$ , побудовано ізоморфізм цього кільця з кільцем поліномів із коефіцієнтами у  $Z_+[\omega_n]$ , а також описано алгоритм факторизації елементів  $\mathcal{Z}^{\omega_n}$  (у випадку області цілісності) на добуток незвідних елементів кільця;

- розглянуто узагальнення симетричних поліномів на випадок поліномів у просторах інтегровних функцій на відрізку та доведено, що кожен  $n$ -блочно-симетричний неперервний  $N$ -однорідний поліном на цих просторах може бути представлений через базисні елементи  $G_{k,n,x}$ , причому єдиним чином.

*Практичне значення.* Дисертаційна робота має теоретичний характер, проте отримані результати володіють значним потенціалом до практичного

застосування в різних галузях науки та технологій. Зокрема, у криптографії побудовані алгебраїчні структури можуть бути використані для розробки нових алгоритмів шифрування на основі узагальнення скінченних циклічних кілець, що відкриває можливості для посилення стійкості криптографічних систем. У квантовій статистичній фізиці ідеї суперсиметрії та симетричних поліномів мають природні паралелі з математичним описом частинок, що підлягають перестановкам, зокрема бозонів і ферміонів, що може сприяти розвитку сучасних моделей квантових систем. Особливу актуальність результати дослідження мають для обробки великих даних, глибинного навчання та нейронних мереж. У таких випадках традиційні векторні представлення можуть втрачати інформацію через залежність від порядку елементів. Запропоновані алгебраїчні моделі, засновані на суперсиметричних поліномах, забезпечують математично обґрунтований спосіб врахування симетрії, що може підвищити ефективність і точність відповідних моделей. Крім того, результати роботи можуть бути корисними у функціональному аналізі, алгебраїчній геометрії, теорії чисел, теорії кілець і модулів, де вони сприяють розширенню і поглибленню сучасних підходів до побудови та класифікації алгебраїчних структур.

Дисертація виконана державною українською мовою.

Дисертаційна робота складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел (60 найменувань), додатків. Загальний обсяг роботи – 139 сторінок.

Дисертація відповідає вимогам наказу Міністерства освіти і науки України № 40 від 12 січня 2017 р. (зі змінами) «Про затвердження вимог до оформлення дисертації», що відповідає вимогам Постанови Кабінету Міністрів України «Про затвердження Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» від 12.01.2022 № 44 (зі змінами).

Здобувач має 7 наукових публікацій за темою дисертації: 1 стаття у наукових фахових виданнях України, що індексуються у базах даних Scopus та/або Web of Science Core Collection; 2 статті у періодичних наукових виданнях інших держав, що індексуються у базах даних Scopus та/або Web of Science Core Collection; 1 стаття у збірниках матеріалів конференцій інших держав, що індексуються у базах даних Scopus та/або Web of Science Core Collection; 3 тези конференцій у матеріалах міжнародних конференцій, що відповідає вимогам Постанови Кабінету Міністрів України «Про затвердження Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії» від 12.01.2022 №44 (зі змінами):

1. Chopyuk Y., Vasylyshyn T., Zagorodnyuk A. Rings of multisets and integer multinumbers. Mathematics. – 2022. – 10 (5). – 778.

DOI: <https://doi.org/10.3390/math10050778>

URL: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85126271663&origin=resultslist>

2. Zagorodnyuk A., Baziv N., Chopyuk Y., Vasylyshyn T., Burtnyak I., Kravtsiv V. Symmetric and supersymmetric polynomials and their applications in blockchain

technology and neural networks. IEEE World Conference on Applied Intelligence and Computing (AIC). – 2023. – P. 508 - 513.

DOI: <https://doi.org/10.1109/AIC57670.2023.10263936>

URL: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85174541282&origin=resultslist>

3. Burtnyak I., Chopyuk Y., Vasylyshyn S., Vasylyshyn T. Algebras of Weakly Symmetric Functions on Spaces of Lebesgue Measurable Functions. Carpathian Math. Publ. – 2023. – 15. – P. 411 - 419.

DOI: <https://doi.org/10.15330/cmp.15.2.411-419>

URL: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85180673959&origin=resultslist>

4. Chopiuk Y., Zagorodnyuk A. Symmetric functions and rings of multinumbers associated with finite groups . Symmetry. – 2025. – 17(1). – 33.

DOI: <https://doi.org/10.3390/sym17010033>

URL: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85215821960&origin=resultslist>

У дискусії взяли участь голова і члени спеціалізованої вченої ради та присутні на захисті фахівці:

1. Роман ДМИТРИШИН – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри математичного і функціонального аналізу Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Оцінка позитивна, зауважень немає.

2. Сергій ШАРИН – доктор фізико-математичних наук, професор, проректор з науково-педагогічної роботи Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Оцінка позитивна, зауважень немає.

3. Тарас ГОЙ – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри диференціальних рівнянь та прикладної математики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Оцінка позитивна, зауважень немає.

4. Тарас БАНАХ – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри алгебри, топології та основ математики Львівського національного університету імені Івана Франка.

Оцінка позитивна, зауважень немає.

5. Володимир ГЛАДУН – кандидат фізико-математичних наук, доцент, заступник директора з науково-педагогічної роботи Інституту прикладної математики та фундаментальних наук Національного університету "Львівська політехніка".

Оцінка позитивна, зауважень немає.

6. Андрій ЗАГОРОДНЮК – доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри математичного і функціонального аналізу Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Оцінка позитивна, зауважень немає.

Результати відкритого голосування:

«За» 5 членів ради,  
«Проти» немає членів ради.

На підставі результатів відкритого голосування разова спеціалізована вчена рада ДФ 20.051.129 Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника Міністерства освіти і науки України, м. Івано-Франківськ присуджує Юрію ЧОП'ЮКУ ступінь доктора філософії (PhD) з галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Відеозапис трансляції захисту дисертації додається.

Голова разової спеціалізованої вченої ради



Роман ДМИТРИШИН